

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»
Факультет математики, информационных и авиационных технологий

Фролова Ю.Ю.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО
ПЕРЕМЕННОГО»**

для студентов специальности 10.05.01 «Компьютерная безопасность»
направленность «Математические методы защиты информации»

Ульяновск, 2020

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» / составитель: Фролова Ю.Ю. – Ульяновск: УлГУ, 2020.

Настоящие методические указания предназначены в помощь студентам очной формы обучения по специальности 10.05.01 «Компьютерная безопасность» для самостоятельной работы по дисциплине «Теория функций комплексного переменного». В пособии представлена литература по дисциплине, основные темы курса и рекомендации по самостоятельному изучению теоретического и практического материала.

Методические указания будут полезны студентам при подготовке к лекционным и практическим занятиям и зачету по данной дисциплине.

Рекомендованы к введению в образовательный процесс Ученым Советом Факультета математики, информационных и авиационных технологий УлГУ (протокол номер __ от _____ 2020 г.).

1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978.
2. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 : Функции одного переменного / Шабат Борис Владимирович. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Наука, 1985.
3. Веревкин, А. Б. Введение в комплексный анализ : учеб. пособие для 3 курса мех.-мат. фак. / А. Б. Веревкин, В. М. Петроградский ; УлГУ. - Ульяновск, 1997.
4. Волковыский Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для вузов / Волковыский Лев Израилевич, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - 4-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2002.
5. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. - ISBN 978-5-9221-0794-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107945.html>
6. Червон, С. В. Теория функций комплексной переменной : учеб. пособие / С. В. Червон, С. Л. Вельмисова ; УлГУ. - Ульяновск : УлГУ, 2012. - URL : <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/235/chervon.pdf>

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1. Комплексные числа.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 12–22 чтение теории.
2. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. С. 7–17 чтение теории, С. 9, 11, 12, 13, 17 решение задач

Тема 2. Дифференцируемость комплексных функций.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 23–56 чтение теории.
2. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. С. 33–40 чтение теории, С. 36, 40 решение задач
3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 : Функции одного переменного / Шабат Борис Владимирович. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Наука, 1985. С. 13–42 чтение теории

Тема 3. Элементарные функции.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 57–129 чтение теории.
2. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. С. 29-33, 41-46 чтение теории, С. 32, 42, 46 решение задач
3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 : Функции одного переменного / Шабат Борис Владимирович. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Наука, 1985. С. 42–67 чтение теории

Тема 4. Дробно-линейное отображение.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 42-44, 62-86 чтение теории.
2. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. С. 112-117 чтение теории, С. 117 решение задач
3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 : Функции одного переменного / Шабат Борис Владимирович. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Наука, 1985. С. 42–58 чтение теории

Тема 5. Интеграл.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 138-227 чтение теории.
2. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. С. 47-77 чтение теории, С. 53, 57, 59 решение задач
3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 : Функции одного переменного / Шабат Борис Владимирович. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Наука, 1985. С. 68-111 чтение теории

Тема 6. Ряды Лорана

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 228-288 чтение теории.
2. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. С. 77-87 чтение теории, С. 82, 83, 87, 88 решение задач

3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 : Функции одного переменного / Шабат Борис Владимирович. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Наука, 1985. С. 112-126 чтение теории

Тема 7. Вычисление интегралов

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 289-295 чтение теории.
2. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. С. 89-101 чтение теории, С. 94, 96, 97, 102 решение задач
3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 : Функции одного переменного / Шабат Борис Владимирович. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Наука, 1985. С. 127-134 чтение теории

Тема 8. Основы геометрической теории.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 295-411 чтение теории.
2. Посицельская Л.Н., Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. / Посицельская Л. Н. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. С. 103-124 чтение теории, С. 107, 125 решение задач
3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 : Функции одного переменного / Шабат Борис Владимирович. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Наука, 1985. С. 137-221 чтение теории

Контрольные вопросы по разделу

1. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
2. Нахождение тригонометрической формы комплексного числа.
3. Умножение, деление и возведение в степень (формула Муавра) чисел, заданных в тригонометрической форме.
4. Формула извлечения корня n -ой степени.
5. Применение условий Коши-Римана для изучения аналитичности функции.
6. Нахождение аналитической функции по гармонической компоненте.
7. Явные формулы для функций: $\text{Exp}(z)$, $\text{Sin}(z)$, $\text{Cos}(z)$, $\text{Ln}(z)$, степень s произвольным показателем, гиперболические функции.
8. Алгоритм вычисления функций $\text{Arcsin}(z)$, $\text{Arccos}(z)$, $\text{Arctg}(z)$, $\text{Arcctg}(z)$.
9. Нахождение образа обобщенной окружности при дробно-линейном отображении.

10. Нахождение образа области, ограниченной частями обобщенных окружностей, при дробно-линейном отображении.
11. Нахождение образа области, ограниченной отрезками прямых, при отображении $\text{Exp}(z)$.
12. Ряды Тейлора функций $\text{Exp}(z)$, $\text{Sin}(z)$, $\text{Cos}(z)$, $\ln(1+z)$, $(1+z)^\alpha$ и области их сходимости.
13. Разложение функций в ряд Лорана (Тейлора) в заданном кольце, нахождение области сходимости ряда Лорана (Тейлора).
14. Определение типа изолированной особой точки (в том числе бесконечной): а) с помощью изучения предела; б) путем разложения в ряд Лорана.
15. Нахождение вычета в конечной точке: а) полюс первого порядка - путем вычисления предела, 2 формулы; б) формула вычета для полюса k -ого порядка; в) нахождение коэффициента C_{-1} – для произвольного типа особой точки.
16. Нахождение вычета в бесконечной точке: а) использование теоремы о полной сумме вычетов; б) равенство нулю вычета в бесконечности для быстро убывающей рациональной функции; в) нахождение коэффициента $-C_{-1}$.

Задачи для самостоятельной работы по разделу

1. Представить комплексное число $7+i+(1+i)(2i+2)(1-i)i$ в алгебраической форме.
2. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих данному условию $1 \leq |z - 2 - 3i| \leq 4$
3. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих данному условию $\text{Re}(z^2) + 3(\text{Re } z)^2 < 4$
4. Используя формулу Муавра, вычислить $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{10}$.
5. Найти корни уравнения и отметить их на комплексной плоскости $z^3 + i = 0$.
6. Найти корни уравнения и отметить их на комплексной плоскости $z^2 + 5 - 12i = 0$.
7. Найти образы указанной области $D=\{z: 0 < \text{Re } z < 1, 0 < \text{Im } z < 1\}$ при отображениях $w = (1+i)z - 1$, $w = z^2$, $w = \frac{1}{z}$
8. Восстановить аналитическую функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x; y) = x^2 - y^2 + x + 3$ и значению $f(0) = 3$.
9. Вычислить интеграл $\oint_{|z-i|=1,5} \frac{dz}{z(z^2+1)}$
10. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=0,5} \frac{e^{2z^2}-1}{z^3} dz$
11. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=0,5} \frac{\cos z}{z^2} dz$